Lokawati : Jurnal Penelitian Manajemen dan Inovasi Riset
Volume. 3 Nomor. 4 Juli 2025
e-ISSN : 2988-5418; p-ISSN : 2988-6031, Hal. 149-158
DOI: https://doi.org/10.61132/lokawati.v3i4.1960
Available online at: https://journal.arimbi.or.id/index.php/Lokawati

Optimalisasi Penugasan Tidak Normal Menggunakan Metode Hungarian Maksimasi dan Minimisasi pada PT Abadi

Pesta Gultom[1], Elisma Putri Br Barus[2], Jupita Mariana Manullang[3], Emriahta Br Damanik[4], Ribka Nduru[5]
[1-5] Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi Eka Prasetya Medan, Indonesia

Alamat : Jl. Merapi No.8, Pusat Ps., Kec. Medan Kota, Kota Medan, Sumatera Utara 20212
*Korespondensi penulis : manullangj245@gmail.com**

Abstract. *This study explores the optimization of non-normal assignments utilizing the Hungarian method for both maximization and minimization. The Hungarian algorithm is a combinatorial optimization technique that efficiently solves assignment problems, ensuring optimal allocation of resources. By applying this method to non-normal assignment scenarios, we aim to demonstrate its effectiveness in enhancing productivity and reducing costs in various industries. The findings indicate that the Hungarian method can significantly improve decision-making processes in complex assignment frameworks, leading to more efficient operations.*

Keywords: *Optimization, Non-Normal Assignment, Hungarian Method, Maximization , Minimization, Algorithm, Decision Making*

Abstrak. Penelitian ini mengeksplorasi optimalisasi penugasan tidak normal dengan menggunakan metode Hungarian untuk maksimisasi dan minimatisasi. Algoritma Hungarian adalah teknik optimisasi kombinatorial yang secara efisien menyelesaikan masalah penugasan, memastikan alokasi sumber daya yang optimal. Dengan menerapkan metode ini pada skenario penugasan tidak normal, kami bertujuan untuk menunjukkan efektivitasnya dalam meningkatkan produktivitas dan mengurangi biaya di berbagai industri. Temuan menunjukkan bahwa metode Hungarian dapat secara signifikan meningkatkan proses pengambilan keputusan dalam kerangka penugasan yang kompleks, yang mengarah pada operasi yang lebih efisien.

Kata Kunci: *Optimalisasi, Penugasan Tidak Normal, Metode Hungarian, Maksimisasi, Minimisasi, Algoritma, Pengambilan Keputusan*

1. PENDAHULUAN

Dalam dunia usaha (bisnis) dan industri, manajemen sering menghadapi masalah-masalah yang berhubungan dengan pemberian tugas untung para karyawannya. Metode penugasan (*assignment method*) merupakan bagian dari Linier Programing yang digunakan untuk mendelegasikan sejumlah tugas\pekerjaan (*assignment*) kepada sejumlah penerima tugas (*assignee*) dalam basis satu-satu. Sedangkan tujuan yang ingin dicapai dalam menyelesaikan masalah ini adalah berusaha untuk menjadwalkan setiap *assignee* pada suatu *assignment* sedemikian rupa sehingga kerugian yang timbul minimal, atau keuntungan yang didapatkan maksimal. Permasalahan yang dapat diselesaikan melalui metode penugasan adalah masalah maksimasi (menyangkut keuntungan, penjualan, kepuasan, dan lain lain), dan masalah minimasi (menyangkut biaya produksi, waktu tempuh, upah, dan lain lain) (Gultom et al., 2022).

Alat analisis metode ini menggunakan pendekatan metode Hungarian. Prawisentono (2005), mengungkapkan metode hungarian adalah metode yang memodifikasi baris dan kolom

Received: Mei 30, 2025; Revised: Juni 10, 2025; Accepted: Juni 20, 2025;
Online Available: Juni 23, 2025;

dalam matriks efektifitas sampai muncul sebuah komponen nol tunggal dalam setiap baris atau kolom yang dapat dipilih sebagai alokasi penugasan. Semua alokasi penugasan yang dibuat adalah alokasi yang optimal, dan saat diterapkan pada matriks efektifitas awal, maka akan memberikan hasil penugasan yang paling minimum. Syarat metode Hungarian, yaitu:

1. Jumlah kolom harus sama dengan jumlah baris yang harus diselesaikan
2. Setiap penerima tugas hanya dapat mengerjakan satu tugas
3. Apabila jumlah penerima tugas tidak sama dengan jumlah tugas atau sebaliknya, maka ditambahkan variabel *dummy worker* atau *dummy job* (Gultom et al., 2022)

2. METODE PENELITIAN

Tahapan dalam proses dalam proses penyelesaian permasalahan penelitian ini terdiri dari:

1. Menentukan variabel yang terlibat dalam penugasan tidak normal, serta fungsi keuntungan dan fungsi pembatas yang relevan.
2. Mengonversi permasalahan penugasan tidak normal menjadi bentuk pemodelan menggunakan matriks yang sesuai untuk metode Hungarian.
3. Menyusun tabel yang memuat nilai penugasan berdasarkan data yang telah dikumpulkan, baik untuk kasus maksimasliasi maupun minimisasi.
4. Melakukan langkah-langkah algoritma Hungarian untuk menemukan solusi optimal, baik untuk maksimasliasi maupun minimisasi, dengan mengurangi nilai dalam matriks.
5. Menyusun hasil akhir dalam bentuk rumus matematis yang mencerminkan solusi optimal dari penugasan tidak normal.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

MODEL TABEL PENUGASAN

Dalam menyelesaikan persoalan penugasan digunakan tabel penugasan.

Tabel 1. Model Tabel Penugasan

	Objek\Pekerjaan			
Subjek	**A**	**B**	**.....**	**n**
X	C_{11}	C_{12}	.....	C_{1n}
Y	C_{21}	C_{22}	.....	C_{2n}
: : :	: : :	: : :		: : :
M	C_{m1}	C_{m2}	.....	C_{mn}

- Subjek merupakan orang yang mengerjakan pekerjaan tertentu.
- Objek merupakan pekerjaan yang akan dikerjakan, dapat berupa jenis pekerjaan, mesin, dan lain-lain.

Tabel berbentuk seperti tabel 1 di atas, maka proses eksekusi dimulai dari baris terlebih dahulu, kemudian dikuti kolom. Tabel payoff (C_{11} sampai C_{mn}) merupakan hasil/nilai yang terjadi dari pekerjaan tersebut, dapat berupa biaya, waktu, pendapatan, dan lain-lain (Gultom et al., 2022).

Antara subjek (assignee) dengan objek (assignment) jumlahnya sama. Untuk kasus ini kita namakan kasus normal seimbang. Jika antara subjek (assignee) dengan objek (assignment) jumlahnya tidak sama, maka kasus ini kita namakan kasus tidak normal/tidak seimbang. Apabila tugas/objek (assignment) lebih besar daripada penerima tugas/subjek (assignee) maka harus ditambah Dummy pada penerima tugas (dummy worker) dengan nilai sebesar "nol (0)". Dan apabila tugas/objek (assignment) lebih kecil daripada penerima tugas/subjek (assignee) maka harus ditambahkan Dummy pada tugas (dummy job) dengan nilai sebesar nol ("0") (Gultom et al., 2022).

MODEL LAIN TABEL PENUGASAN

Selain model tabel 1 di atas, model tabel penugasan juga bisa digunakan seperti model tabel 2 berikut ini.

Tabel 2. Model Lain Tabel Penugasan

	Subjek				
Objek\Pekerjaan	**X**	**Y**	**.....**	**N**	
A	C_{11}	C_{12}	.....	C_{1n}	
B	C_{21}	C_{22}	.....	C_{2n}	
	:	:		:	
	:	:		:	
	:	:		:	
M	C_{m1}	C_{m2}	.....	C_{mn}	

Andi Wijaya (2013) mengatakan apabila tabel penugasan berbentuk seperti tabel 2 di atas, maka proses eksekusi dimulai dari kolom terlebih dahulu, kemudian diikuti baris (Gultom et al., 2022).

1. CONTOH KASUS MINIMISASI TIDAK NORMAL PADA PT ABADI

PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko : elektronik,tekstil, peralatan rumah, mainan, dan toko Sepatu. Perusahaan merencanakan menambah pegawai baru untuk mengisi kekosongan pekerjaan. Berikut merupakan data gaji bulanan pegawai dalam melaksanakan pekerjaannya :

Tabel 3. PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko

Nama Pegawai	Elektronik	Tekstil	Peralatan Rumah	Mainan	Sepatu
Aldi	24	36	43	28	26
Nanda	20	48	38	36	24
Kevin	30	42	32	40	22
Sari	22	34	40	30	20

Langkah 1 . Karena jumlah baris lebih kecil dari jumlah kolom, maka ada penambahan variable **dummy** pada baris dan membuat nilai nol pada setiap sel.

Tabel 4. PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko

Nama Pegawai	Elektronik	Tekstil	Peralatan Rumah	Mainan	Sepatu
Aldi	24	36	43	28	26
Nanda	20	48	38	36	24
Kevin	30	42	32	40	22
Sari	22	34	40	30	20
Dummy	0	0	0	0	0

Langkah 2. Karena pada setiap kolom telah memiliki angka nol, maka proses eksekusi terhadap kolom diabaikan. Pada masing-masing baris, cari angka terkecil kemudian selisihkan angka terkecil tersebut pada angka-angka lainnya di baris tersebut.

Tabel 5. PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko

Nama Pegawai	Elektronik	Tekstil	Peralatan Rumah	Mainan	Sepatu
Aldi	24-24=0	36-24=12	43-24=19	28-24=4	26-24=2
Nanda	20-20=0	48-20=28	38-20=18	36-20=16	24-20=4
Kevin	30-22=8	42-22=20	32-22=10	40-22=18	22-22=0
Sari	22-20=2	34-20=14	40-20=20	30-20=10	20-20=0
Dummy	0	0	0	0	0

Langkah 3. Buatlah garis buatan secara vertical/horizontal dalam jumlah yang paling minimal, dengan melewati angka nol terbanyak pada baris/kolom tersebut. Angka nol yang telah terkena garis tidak dapat digunakan kembali untuk membuat garis yang lain

Tabel 6. PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko

Nama Pegawai	Elektronik	Tekstil	Peralatan Rumah	Mainan	Sepatu
Aldi	0	12	19	4	2
Nanda	0	28	18	16	4
Kevin	8	20	10	18	0
Sari	2	14	20	10	0
Dummy	0	0	0	0	0

Langkah 4. Karena jumlah garis buatan belum sama dengan jumlah baris/kolom, maka dilakukan proses eksekusi lanjutan. Tentukan angka terkecil dari angka-angka yang tidak terlewati oleh garis buatan, kemudian kurangi angka-angka yang tidak lerlewati garis buatan dengan angka terkecil tersebut dan tambahkan angka terkecil tersebut pada angka yang terletak pada perpotongan garis (terkena dua garis). Tarik garis buatan pada baris/kolom yang ada angka nol

Tabel 7. PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko

Nama Pegawai	Elektronik	Tekstil	Peralatan Rumah	Mainan	Sepatu
Aldi	0	8	15	0	2
Nanda	0	24	14	12	4
Kevin	8	16	6	14	0
Sari	2	10	16	6	0
Dummy	0	0	0	0	0

Langkah 5. Karena jumlah garis buatan belum sama dengan jumlah baris/kolom, maka dilakukan proses eksekusi lanjutan. Tentukan angka terkecil dari angka-angka yang tidak terlewati oleh garis buatan, kemudian kurangi angka-angka yang tidak terlewati garis buatan dengan angka terkecil tersebut dan tambahkan angka terkecil tersebut pada angka yang terletak pada perpotongan garis (terkena dua garis). Tarik garis buatan pada baris/kolom yang ada angka nol.

Tabel 8. PT Abadi mempunyai 4 pegawai dan memiliki 5 toko

Nama Pegawai	Elektronik	Tekstil	Peralatan Rumah	Mainan	Sepatu
Aldi	0	2	9	0	2
Nanda	0	18	8	12	4
Kevin	8	10	0	14	0
Sari	2	4	10	6	0
Dummy	0	0	0	0	0

Langkah 6. Apabila penugasan sudah optimal, selanjutnya mengalokasikan para pegawai (pekerja) dengan jenis pekerjaan yang ada. Alokasi pekerjaan dilakukan dengan memperhatikan angka nol pada pegawai (pekerja) dan pekerjaannya.

KESIMPULAN

1. Alokasi penugasan pegawai (pekerja)

   Aldi : Mainan

   Nanda : Elektronik

   Kevin : Peralatan rumah

   Sari : Sepatu

   Dummy : Tekstil (pegawai baru)

2. Toko yang belum ada pegawainya adalah Tekstil
3. Data gaji bulanan

Tabel 9. Data gaji bulanan

Nama Pegawai	Pekerjaan	Gaji
Aldi	Mainan	28
Nanda	Elektronik	20
Kevin	Peralatan Rumah	32
Sari	Sepatu	20
Jumlah	-	100

CONTOH KASUS MAKSIMASI TIDAK NORMAL PADA PT ABADI

Perolehan keuntungan dari masing masing salesman (dalam sepuluh ribuan rupiah) disetiap daerah pemasaran seperti yang tersaji pada table berikut. Tentukan penugasan salesman yang harus dibuat oleh sang manajer agar keuntungan yang diperoleh maksimal.

Tabel 10. Perolehan keuntungan dari masing masing salesman

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4
Jadi	950	1000	1050	900
Kasih	1100	980	970	940
Boy	1000	1020	950	980
Richad	1080	960	990	1000
Dewi	970	990	960	950

Langkah 1. Karena jumlah kolom/objek/pekerjaan lebih kecil dari jumlah baris/subjek/pekerja, maka dibuat penambahan dummy pada kolom dan memberikan nilai nol di setiap sel.

Tabel 11. Perolehan keuntungan dari masing masing salesman

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4	Dummy
Jadi	950	1000	1050	900	0
Kasih	1100	980	970	940	0
Boy	1000	1020	950	980	0
Richad	1080	960	990	1000	0
Dewi	970	990	960	950	0

Langkah 2. Pada masing-masing baris selain sel dummy cari agka terbesar kemudian selisihkan angka terbesar tersebut pada agka-angka lainnya di sel tersebut. Lalu buat garis buatan ertical/horizontal dengan melihat angka nol paling banyak.

Tabel 12. Perolehan keuntungan dari masing masing salesman

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4	Dummy
Jadi	1050-950=100	1050-1000=50	1050-1050=0	1050-900=150	1050-0=1050
Kasih	1100-1100=0	1100-980=120	1100-970=130	1100-940=160	1100-0=1100
Boy	1020-1000=20	1020-1020=0	1020-950=	1020-980=40	1020-0=1020
Richad	1080-1080=0	1080-960=120	1080-990=90	1080-1000=80	1080-0=1080
Dewi	990-970=20	990-990=0	990-960=0	990-950=40	990-0=990

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4	Dummy
Jadi	100	50	0	150	1050
Kasih	0	120	130	160	1100
Boy	20	0	70	40	1020
Richad	0	120	90	80	1080
Dewi	20	0	0	40	990

Langkah 3. Pastikan semua baris dan kolom sudah memiliki nilai nol. Jika ada yang belum memiliki nilai nol, maka cari nilai terkecil di kolom tersebut digunakan untuk mengurangi semua nilai yang ada di kolom tersebut lalu lakukan pencoretan/garis buatan.

Tabel 13. Perolehan keuntungan dari masing masing salesman

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4	Dummy
Jadi	100	~~50~~	~~0~~	~~110~~	~~60~~
Kasih	0	120	130	120	110
Boy	20	~~0~~	~~70~~	~~0~~	~~30~~
Richad	0	120	90	40	90
Dewi	20	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~

Langkah 4. Karena jumlah garis buatan belum sama dengan jumlah baris/kolom, maka dilakukan proses eksekusi lanjutan. Tentukan angka terkecil dari angka-angka yang tidak terlewati oleh garis buatan, kemudian kurangi angka-angka yang tidak terlewati garis buatan dengan angka terkecil tersebut, lalu lakukan pencoretan/ garis buatan.

Tabel 14. Perolehan keuntungan dari masing masing salesman

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4	Dummy
Jadi	100	~~50~~	~~0~~	~~110~~	~~60~~
Kasih	0	80	90	80	70
Boy	20	~~0~~	~~70~~	~~0~~	~~30~~
Richad	0	~~80~~	~~50~~	~~0~~	~~50~~
Dewi	20	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~

Karena jumlah garis buatan sudah sama dengan jumlah baris/kolom berarti penyelesaian sudah optimal.

Langkah 5. Apabila penugasan sudah optimal, selanjutnya mengalokasikan para pelamar dengan jenis pekerjaan yang ada. Alokasi pekerjaan dilakukan dengan memperhatikan angka nol pada pelamar dan pasar yang dituju.

Tabel 15. Perolehan keuntungan dari masing masing salesman

Nama Karyawan	Dapem 1	Dapem 2	Dapem 3	Dapem 4	Dummy
Jadi	100	50	0	110	60
Kasih	0	80	90	80	70
Boy	20	0	70	0	30
Richad	0	80	50	0	50
Dewi	20	0	0	0	0

1. Pengalokasian pemasaran

   Jadi : Dapem 3

   Kasih : Dapem 1

   Boy : Dapem 2

   Richad : Dapem 4

   Dewi : (Dummy) Tidak Diterima

2. Pendapatan Maksimum

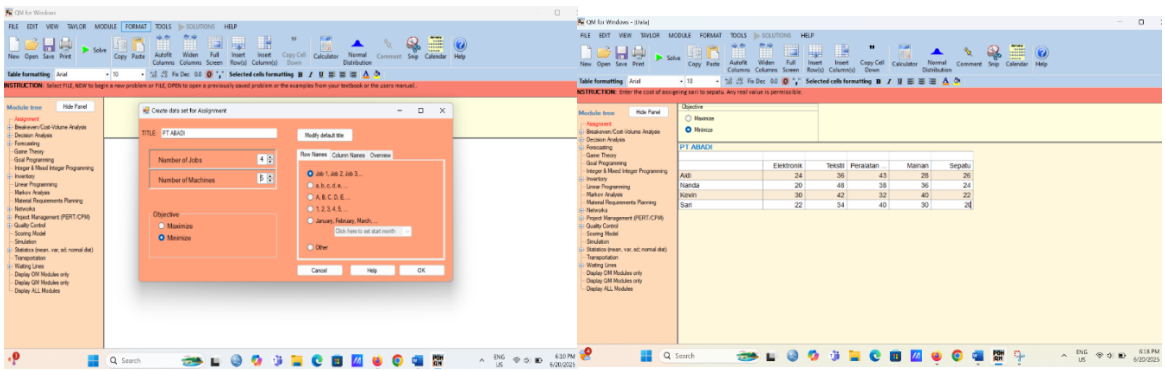
Tabel 16. Pendapatan Maksimum

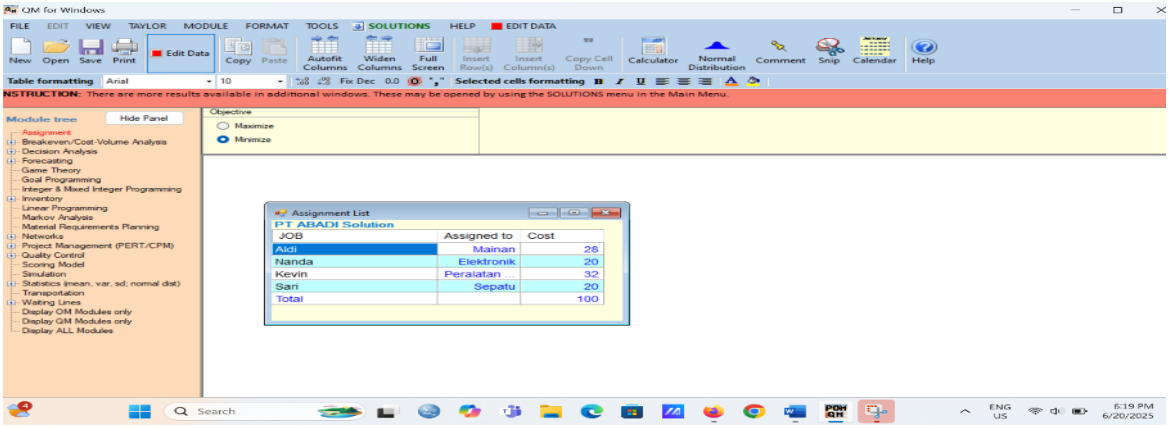
Nama Karyawan	Daerah	Pendapatan Harian
Jadi	Dapem 3	1050
Kasih	Dapem 1	1100
Boy	Dapem 2	1020
Richad	Dapem 4	1000
Dewi	Tidak Diterima	-
Jumlah	-	**4.170**

Penerapan Software POM-QM

Penerapan software ini digunakan melihat perbandingan hasil dari perhitungan secara manual dengan perhitungan menggunakan sofware. Adapun hasil perhitungan menggunakan software adalah sebagai berikut.

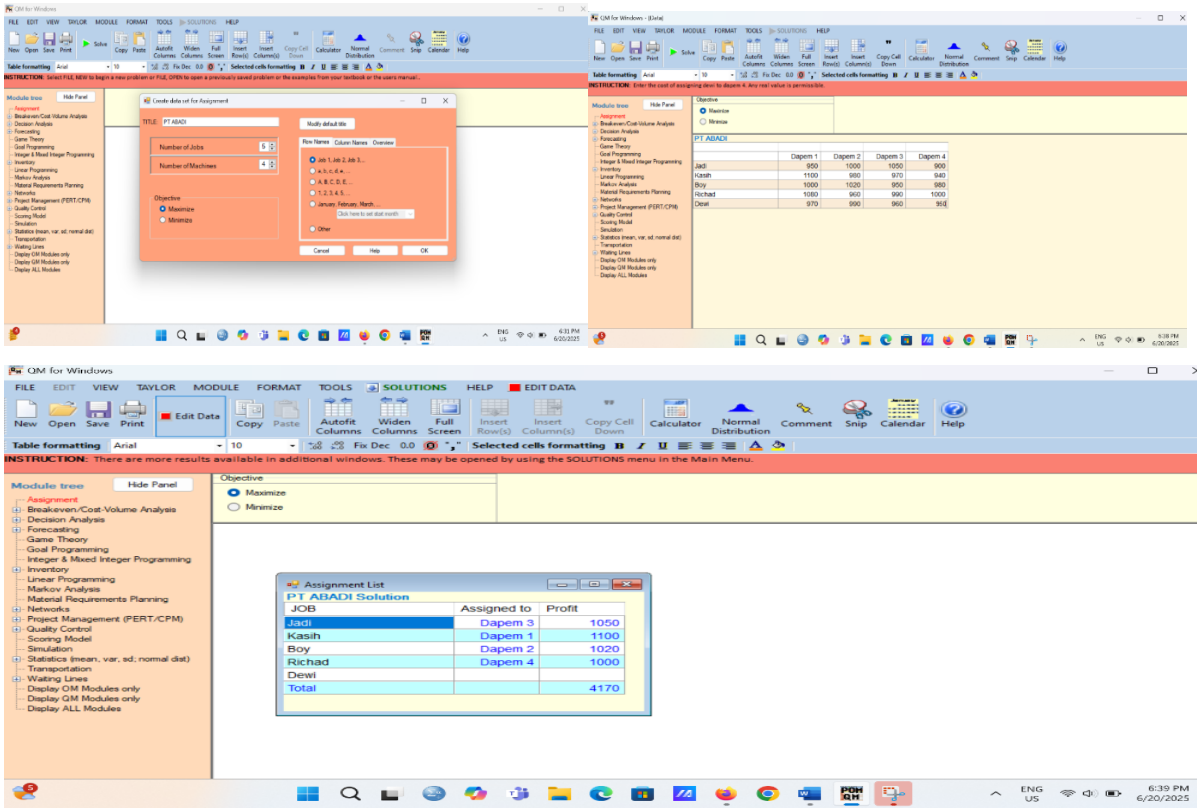
POM-QM KASUS MINIMISASI TIDAK NORMAL PADA PT ABADI





Gambar 1. Penerapan Software POM-QM

POM-QM KASUS MAKSIMASI TIDAK NORMAL PADA PT ABADI



Gambar 2. Penerapan Software POM-QM

4. KESIMPULAN

Penerapan metode Hungarian untuk optimalisasi penugasan tidak normal melalui pendekatan maksimisasi dan minimisasi. Metode ini terbukti efektif dalam menyelesaikan masalah penugasan yang kompleks, dengan memberikan alokasi sumber daya yang optimum dan mengurangi biaya operasional. Hasil analisis menunjukkan bahwa penggunaan algoritma Hungarian tidak hanya meningkatkan efisiensi dalam pengambilan keputusan, tetapi juga

berkontribusi pada peningkatan produktivitas di berbagai sektor industri. Di masa mendatang, penerapan metode ini dapat diperluas ke skenario yang lebih kompleks untuk terus mengembangkan efektivitas dan efisiensi dalam manajemen sumber daya. Penelitian ini membuka peluang untuk eksplorasi lebih lanjut dalam optimisasi penugasan, dengan harapan memberikan kontribusi signifikan terhadap praktik terbaik dalam pengelolaan sumber daya.

DAFTAR PUSTAKA

Gultom, P., Manik, D. E. M., Lezawardi, D., Nainggolan, S. G. V., & Simarmata, A. M. (2022). *PENGANTAR RISET OPERASI*.

Gultom, P., Manik, D. E. M., Lezawardi, D., Nainggolan, S. G. V., & Simarmata, A. M. (2022). *Pengantar riset operasi*.

Prawirasentono, S. (2005). *Manajemen operasi: Analisis dan studi kasus*. Jakarta: Bumi Aksara.

Wijaya, A. (2013). *Penjadwalan dan optimasi penugasan: Teori dan aplikasi metode Hungarian*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). *Introduction to operations research* (11th ed.). New York: McGraw-Hill Education.

Taha, H. A. (2017). *Operations research: An introduction* (10th ed.). Boston: Pearson Education.

Winston, W. L. (2004). *Operations research: Applications and algorithms* (4th ed.). Belmont, CA: Thomson-Brooks/Cole.

Render, B., Stair, R. M., & Hanna, M. E. (2014). *Quantitative analysis for management* (12th ed.). Pearson.

Nahmias, S. (2008). *Production and operations analysis* (6th ed.). New York: McGraw-Hill/Irwin.

Rushton, A., Croucher, P., & Baker, P. (2014). *The handbook of logistics and distribution management* (5th ed.). London: Kogan Page.

Chopra, S., & Meindl, P. (2019). *Supply chain management: Strategy, planning, and operation* (7th ed.). Boston: Pearson.